

1. Límite de una función en un punto

Decimos que el **límite de la función $f(x)$ cuando x tiende a c** es L , y escribimos $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$, si el valor de $f(x)$ se acerca a L tanto como queramos, siempre que tomemos para x un valor suficientemente próximo a c .

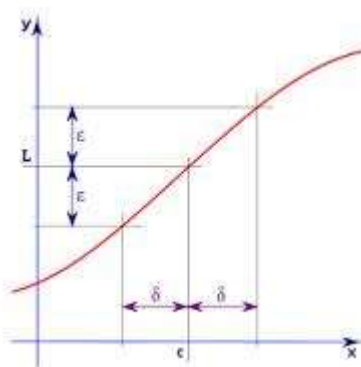
El límite de la función $f(x)$ cuando x tiende a c por la izquierda es el valor al que se aproxima la función $f(x)$ cuando la variable independiente x se aproxima al valor de c por la izquierda, es decir, por valores menores que c . Se representa por $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x)$

El límite de la función $f(x)$ cuando x tiende a c por la derecha es el valor al que se aproxima la función $f(x)$ cuando la variable independiente x se aproxima al valor de c por la derecha, es decir, por valores mayores que c . Se representa por $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$

Definición de límite:

$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ significa que para todo $\varepsilon > 0$, existe un $\delta > 0$ tal que si $0 < |x - c| < \delta$,

entonces $|f(x) - L| < \varepsilon$



Para que exista el límite de una función en $x=c$, tienen que existir los límites laterales y deben ser iguales.

1.1. Cálculo analítico de algunos límites

En las funciones definidas por una sola fórmula (no a trozos) se tiene que:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \text{ siempre que } a \in \text{Dom}(f)$$

Ejemplos:

Funciones	Algebraicas	<i>Polinómicas:</i> $\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - 2x + 1) = 2^3 - 2 \cdot 2 + 1 = 5$
		<i>Racionales:</i> $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x}{x+3} = \frac{2 \cdot 3}{3+3} = 1$
		<i>Irracionales:</i> $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x^2 + 4} = \sqrt{0^2 + 4} = 2$
	Trascendentes	<i>Exponenciales:</i> $\lim_{x \rightarrow 2} 5^{x-2} = 5^{2-2} = 1$
		<i>Logarítmicas:</i> $\lim_{x \rightarrow 1} \ln(4x + 2) = \ln(4 \cdot 1 + 2) \approx 1.79$
		<i>Trigonométricas:</i> $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \sin(2x + \pi) = \sin(2 \cdot \pi/2 + \pi) = 0$

1.2. Propiedades de los límites

Sean $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$ y $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = B$:

1. $\lim_{x \rightarrow a} [k \cdot f(x)] = k \cdot A$
2. $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \pm g(x)] = A \pm B$
3. $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = A \cdot B$
4. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{A}{B}$; $B \neq 0$
5. $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{A}$, si existe $\sqrt[n]{A}$
6. $\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^{g(x)} = A^B$, si A^B es determinado